




LABORATORIUM
MIERNICTWA ELEKTRYCZNEGO

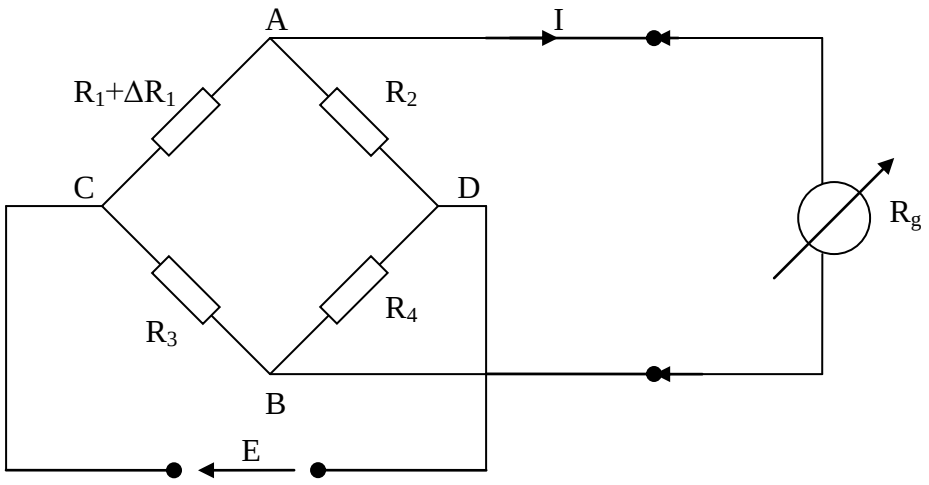
# NIEZRÓWNOWAŻONE MOSTKI PRĄDU STAŁEGO

Celem ćwiczenia jest poznanie właściwości metrologicznych mostka niezrównoważonego prądu stałego. Ćwiczenie polega na eksperymentalnym wyznaczeniu charakterystyk mostka niezrównoważonego i porównaniu ich z charakterystykami teoretycznymi.

## 1. Charakterystyka przetwarzania mostka niezrównoważonego.

Charakterystyka przetwarzania niezrównoważonego mostka prądu stałego nazywa się zależność prądu I w gałęzi wyjściowej od względnej zmiany rezystancji jednego z ramion np. $R_1$

$$I = f\left(\frac{\Delta R_1}{R_1}\right)$$




Rys. . Schemat mostka niezrównoważonego.

Przy niewielkich zmianach rezystancji np. $R_1$ o $\Delta R_1$ i stałej napięcia zasilającego mostek, prąd I jest z pewnym przybliżeniem liniową funkcja tych zmian. Ta właściwość mostka niezrównoważonego jest wykorzystywana w układach do pomiaru wielkości nieelektrycznych metodami elektrycznymi.

Jeżeli ograniczyć się do rozpatrywania małych odchyleń od stanu równowagi mostka, można w oparciu o metodę schematów zastępczych Nilszteina wyprowadzić zależność określającą prąd w gałęzi pomiarowej, w której postać jest następująca:

$$I = \left(\frac{I_1 \cdot \tau}{(R_{AB} + R_G)}\right)\Delta R_1 \qquad (1)$$

gdzie:

$$I_1 = \frac{U_Z}{R_1 + R_2}$$

$U_Z$ - napięcie zasilania mostka

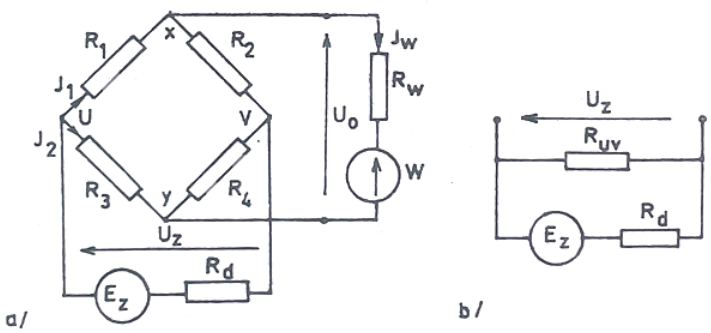
$$\tau = \frac{R_2 + R_4}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}$$

$$R_{AB} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4}$$

Charakterystykę przetwarzania mostka sterowanego równoczesną zmianą rezystancji wszystkich ramion można określić dla małych wartości $\Delta R_1$, $\Delta R_2$, $\Delta R_3$, $\Delta R_4$ w sposób podobny. Wówczas charakterystykę przetwarzania określa zależność:

$$I = \frac{U_Z}{4(R_{AB} + R_5)}\left[\frac{\Delta R_1}{R_1} + \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} + \frac{\Delta R_4}{R_4}\right] \quad (2)$$

Mostek Wheatstone'a (rys. 2) stanowi podstawowy układ połączeń w układach pomiaru wielkości nielektrycznych metodami elektrycznymi (m.in. do pomiaru odkształceń, siły, ciśnienia itp.). Napięcie pomiarowe mostka $U_0$ jest funkcją wartości rezystorów $R_1 – R_4$ i napięcia zasilania $U_Z$. Na początek pominięto rezystancję źródła zasilania $R_d = 0$ a więc $E_Z = U_Z$. Rozważmy dwa przypadki obciążenia mostka mające duże znaczenie praktyczne: pierwszy $R_w = \infty$ i $I_w = 0$ i drugi $R_w$ ma wartość skończoną i prąd wskaźnika $I_w > 0$.




Rys. 2. Układ połączeń mostka Wheatstone'a: a) układ zasadniczy, b) schemat zastępczy dla uwzględnienia rezystancji źródła zasilania.

Dla przypadku pierwszego $I_w = 0$ napięcie pomiarowe $U_0$ wyznaczamy jako różnicę napięć dwu dzielników, z których składa się mostek $R_1 / R_2$ i $R_3 / R_4$

$$U_0 = I_1 \cdot R_1 - I_2 \cdot R_3 = U_Z\left(\frac{R_1}{R_1+R_2} - \frac{R_3}{R_3+R_4}\right) \quad (3)$$

$$I_1 = \frac{U_Z}{R_1+R_2} \quad (4)$$

$$I_2 = \frac{U_Z}{R_3+R_4} \quad (5)$$

A po uporządkowania wyrażenia (3) otrzymujemy

$$U_0 = \frac{R_1R_4 - R_2R_3}{(R_1+R_2)(R_3+R_4)} U_Z \quad (6)$$

Zależności (3) – (6) są podstawowymi dla układu mostkowego współpracującego z woltomierzem elektronicznym lub cyfrowym.

Dla przypadku, w którym wartość rezystancji $R_W$, nie jest dostatecznie duża, prąd płynący przez wskaźnik można wyznaczyć z twierdzenia Thevenina

$$I_w = \frac{E_{xy}}{R_{xy}+R_w} \tag{7}$$

$$R_{xy} = \frac{R_1 R_2}{R_1+R_2} + \frac{R_3 R_4}{R_3+R_4} \tag{8}$$

gdzie:

$E_{xy} = U_0$ – napięcie w stanie jałowym przy $R_w = \infty$ określone zależnością (6)

Po uwzględnieniu zależności (6) i (8) w zależności (7) i uporządkowaniu otrzymamy

$$I_w = \frac{R_1 R_4 - R_2 R_3}{R_1+R_2(R_3+R_4)+R_3+R_4(R_1+R_2)+R_w(R_1+R_2)(R_3+R_4)} \tag{9}$$

Prąd $I_w$ wytworzony na rezystancji $R_w$ spadek napięcia określony

$$U_0 = \frac{R_1 R_4 - R_2 R_3}{R_1 R_2(R_3+R_4)R_w+R_3 R_4(R_1+R_2)R_w+(R_1+R_2)(R_3+R_4)} \tag{10}$$

Dla dużych wartości rezystancji $R_w$ wyrażenie (10) przyjmuje formę wyrażenia (6). Zależności (9) i (10) są podstawowymi dla układu mostka współpracującego bezpośrednio z woltomierzem cyfrowym.

Ze względu na stosowanie woltomierzy cyfrowych rozważymy zachowanie się układu mostkowego pod wpływem zmian rezystancji tensometrów $R_1 – R_4$ gdy $R_w \rightarrow \infty$. Pod wpływem mierzonej wielkości zmienia się jedna lub więcej rezystancji w gałęziach mostka. Ogólnie rezystancję gałęzi mostka zapiszemy

$$R_n = R_{no} + \Delta R_n \tag{11}$$

W zastosowania praktycznych przyjmuje się najczęściej

$$R_{10} = R_{20} = R_{30} = R_{40} = R \tag{12}$$

Jeżeli przyjąć:

$$\begin{aligned} R_1 &= R + \Delta R_1 \\ R_2 &= R + \Delta R_2 \\ R_3 &= R + \Delta R_3 \\ R_4 &= R + \Delta R_4 \end{aligned} \tag{13}$$

Podstawiając zależność (13) do wzoru (6) po przekształceniach otrzymamy

$$U_0 = \frac{1}{2}\frac{U_Z}{(2+\sum_{n=1}^{4}\frac{\Delta R_n}{R})}\left(\frac{\Delta R_1}{R} - \frac{\Delta R_2}{R} - \frac{\Delta R_3}{R} - \frac{\Delta R_4}{R}\right) \tag{14}$$

Dla małych przyrostów $\Delta R_n$ składnik $\sum_{n=1}^{4}\frac{\Delta R_n}{R}$ można pominąć w porównaniu z liczbą 2 i zależność (14) przyjmie postać

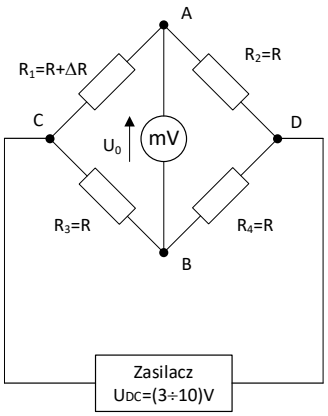
$$U_0 = \frac{U_Z}{4}\left(\frac{\Delta R_1}{R} - \frac{\Delta R_2}{R} - \frac{\Delta R_3}{R} - \frac{\Delta R_4}{R}\right) \tag{15}$$

Z równania (15) wynika, że dla małych odchyleń od stanu równowagi napięcie $U_0$ jest proporcjonalne do napięcia zasilania i do sumy algebraicznej względnych zmian

rezystancji. Przy większych zmianach względnych $\frac{\Delta R_n}{R}$ charakterystyka przetwarzania mostka niezrównoważonego jest nieliniowa.

Rozważamy kilka charakterystycznych przypadków włączenia tensometrów w układ mostkowych.

**I. Jeden rezystor czynny**




$$R_1 = R + \Delta R_1 = R + \Delta R \qquad R_2 = \Delta R_3 = \Delta R_4 = 0 \tag{16}$$

Podstawiając zależność (16) do wzoru (14) otrzymany

$$U_0 = \frac{1}{2}\frac{U_Z}{(2+\frac{\Delta R}{R})}\frac{\Delta R}{R} \tag{17}$$

Przy dużej wartości odkształcenia, a więc dla dużych wartości $\frac{\Delta R}{R}$ mostek jest nieliniowy. Jeżeli spełniony jest warunek $\frac{\Delta R}{R} < 2$, to

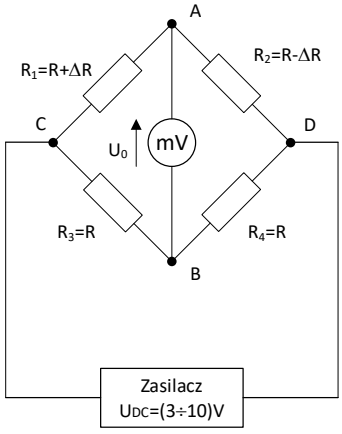
$$U_0 = \frac{U_Z}{4}\frac{\Delta R}{R} \tag{18}$$

lub

$$\frac{U_0}{U_Z} = \frac{1}{4}\frac{\Delta R}{R} \tag{19}$$

Względna zmiana napięcia wyjściowego jest równa ¼ (25%) względnej zmiany rezystancji jednego tensometru.

**II. Dwa rezystory czynne poddane równym co do wartości, lecz przeciwnym co do znaku przyrostom rezystancji, włączone w sąsiednie gałęzie mostka**



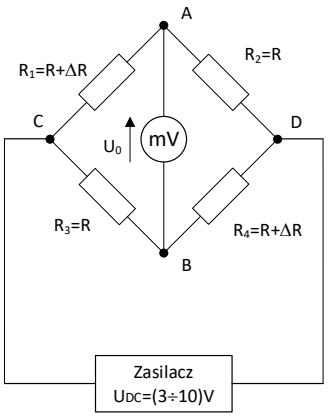
$$\Delta R_1 = -\Delta R_2 = \Delta R \qquad \Delta R_3 = \Delta R_4 = 0 \tag{20}$$

Podstawiając zależność (20) do wzoru (14) otrzymamy

$$U_0 = \frac{1}{2}\frac{U_Z}{(2+0)}\left(\frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta R}{R}\right) = \frac{U_Z}{2}\frac{\Delta R}{R} \tag{21}$$

Napięcie wyjściowe $U_0$ jest dwukrotnie większe niż w przypadku I. Układ jest liniowy.

### III. Dwa rezystory poddane jednakowemu co do wartości i znaku przyrostom rezystancji włączone w przeciwległe gałęzie mostka




$$\Delta R_1 = \Delta R_4 = \Delta R \qquad \Delta R_2 = \Delta R_3 = 0 \tag{22}$$

Podstawiając zależność (22) do wzoru (14) otrzymany

$$U_0 = \frac{U_Z}{2+\frac{2\Delta R}{R}}\frac{\Delta R}{R} \tag{23}$$

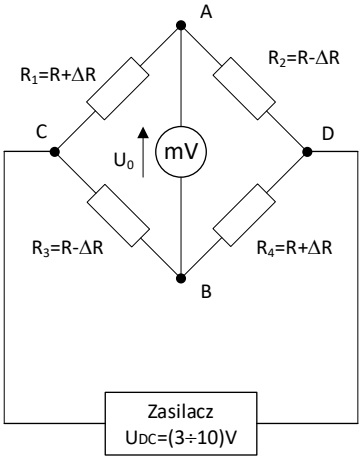
Jeżeli $\frac{2\Delta R}{R} \ll 2$, to

(24)

$$U_0 = \frac{U_Z}{2}\frac{\Delta R}{R} \tag{25}$$

Przy dużych zmianach $\frac{\Delta R}{R}$ układ jest nieliniowy.

### IV. Cztery rezystory poddane jednakowemu co do wartości, lecz przeciwnymi co do znaku parani przyrostom rezystancji

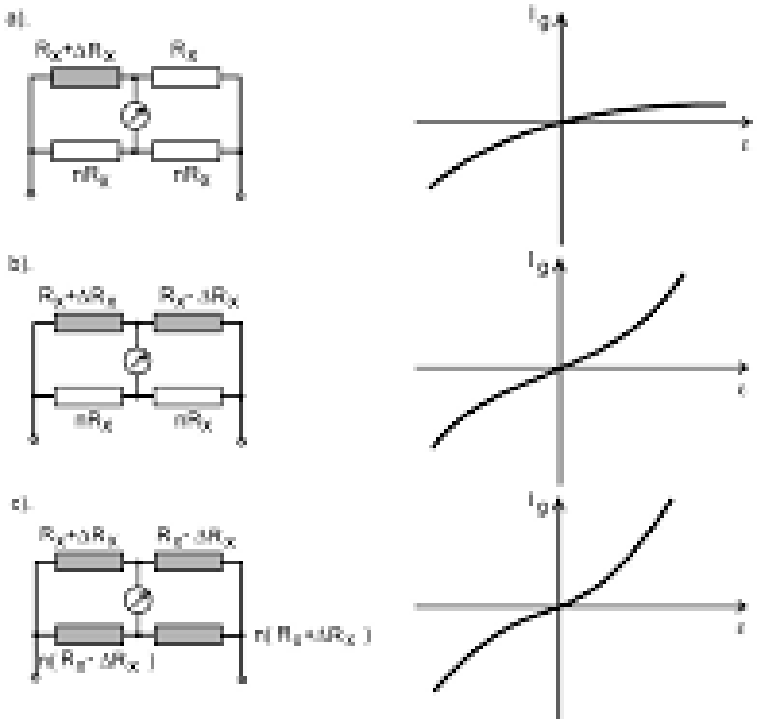


$$\Delta R_1 = \Delta R_4 = -\Delta R_2 = -\Delta R_3 = \Delta R \tag{26}$$

Podstawiając zależność (26) do wzoru (14) otrzymamy

$$U_0 = \frac{1}{2}\frac{U_Z}{(2+0)}\frac{4\Delta R}{R} = U_Z\frac{\Delta R}{R} \tag{27}$$

W tym przypadku uzyskujemy czterokrotny wzrost napięcia wyjściowego w porównaniu z jednym rezystorem czynnym. Mostek jest liniowy.

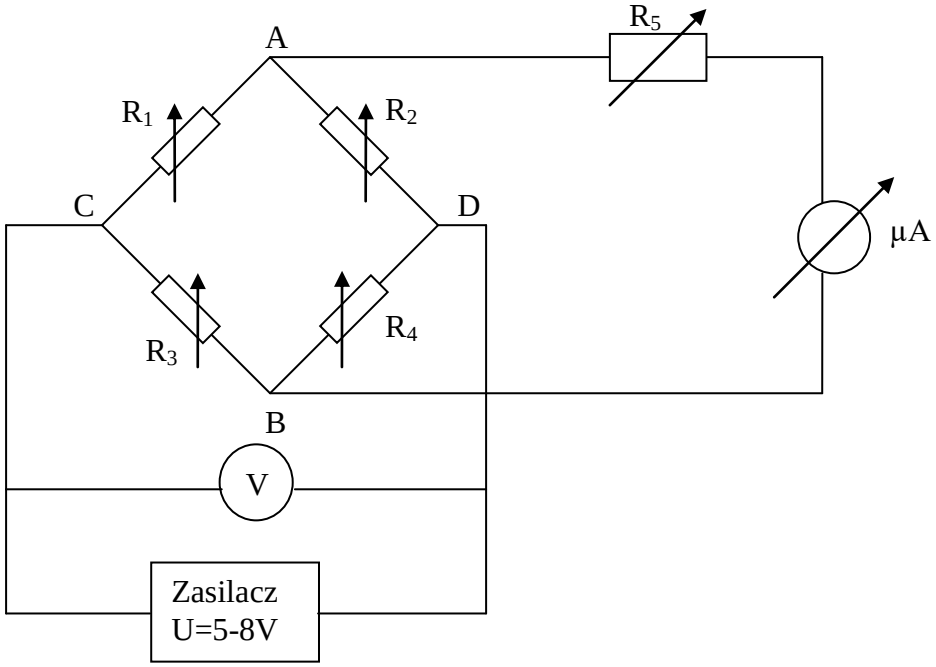


Rys. 3. Charakterystyki przetwarzania a) ćwierćmostka, b) półmostka, c) pełnego mostka.

# 2. Pomiary.

## 2.1. Wyznaczanie charakterystyk przetwarzania I=f(ΔR/R).

Na rys.2 przedstawiono schemat układu pomiarowego:




Na schemacie tym oznaczono:

$R_1$, $R_2$, $R_3$, $R_4$, $R_5$ – oporniki dekadowe
μA – mikroamperomierz magnetoelektryczny

Należy wyznaczyć $I = f\left(\frac{\Delta R_1}{R_1}\right)$ dla kilku ustalonych wartości $R_2$, $R_3$, $R_4$ i E

Pomiary przeprowadzić dla:

| $I' = \frac{\Delta R_1}{R_1}$ | $I'' = \frac{\Delta R_1}{R_1}$ | $I''' = \frac{\Delta R_1}{R_1}$ |
|---|---|---|
| $R_1$ = 1500 Ω | $R_1$ = 1500 Ω | $R_1$ = 1500 Ω |
| $R_2$ = 500 Ω | $R_2$ = 1500 Ω | $R_2$ = 3000 Ω |
| $R_3$ = 150 Ω | $R_3$ = 500 Ω | $R_3$ = 1500 Ω |
| $R_4$ – obliczyć z równania dla stanu równowagi mostka | | |

$I = \frac{\Delta R_1}{R_1}$ = (-0,15 ÷ +0,15 co 0,01)

U = 3 ÷ 10 V

Wyniki pomiarów zanotować w tabeli:

| $\frac{\Delta R_1}{R_1}$ | -0,15 | … | … | 0,00 | … | … | +0,15 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| I [μA] | | | | | | | |

W oparciu o otrzymane wyniki wykonać wykresy:

$$I = f\left(\frac{\Delta R_1}{R_1}\right) \text{ przy } \frac{\Delta R_1}{R_1} = (-0{,}15 \div +0{,}15)$$

Na wykresie nanieść krzywe $I = f\left(\frac{\Delta R_1}{R_1}\right)$ obliczone według zależności (1).

2.2. **Wyznaczanie charakterystyk przetwarzania $U_0$=f(ΔR/R) dla różnych układów pracy mostka.**

Dla różnych układów pracy podanych przez prowadzącego wykonaj pomiary napięcia wyjściowego mostka od przyrostu rezystancji ΔR/R.

ΔR/R = (-0,15 ÷ +0,15 co 0,01)

U = 3 ÷ 10 V

$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R = 1500\ \Omega$

W oparciu o otrzymane wyniki wykonać wykresy:

$U_0$=f(ΔR/R) przy ΔR/R= (-0,15 ÷ +0,15)

Na wykresie nanieść krzywe $U_0$=f(ΔR/R) obliczone według podanych zależności dla badanego układu pracy.

## 3. Literatura.


- Chwaleba A., Poniński M., Siedlecki A., Metrologia elektryczna, WNT, Warszawa 2003;
- Kaczmarek, Z., Pomiary wielkości nieelektrycznych metodami elektrycznymi, Politechnika Świętokrzyska skrypt nr 165, Kielce 1988.